

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.06.2018

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C .

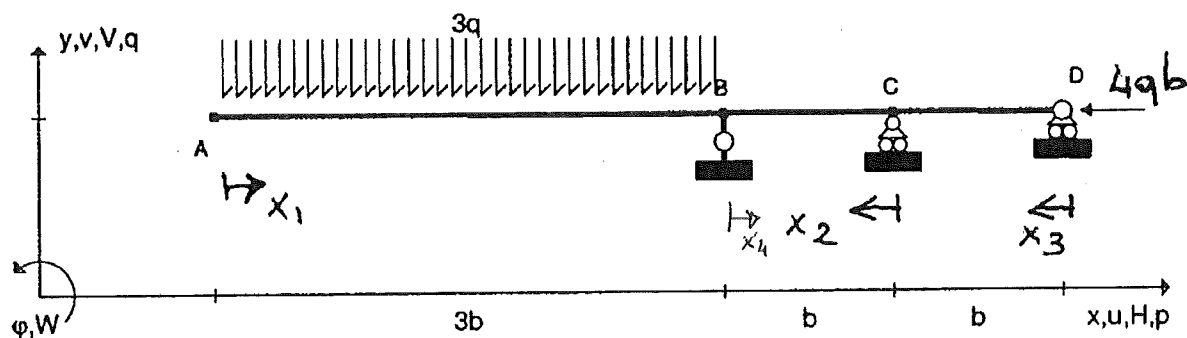
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A, v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.06.18*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

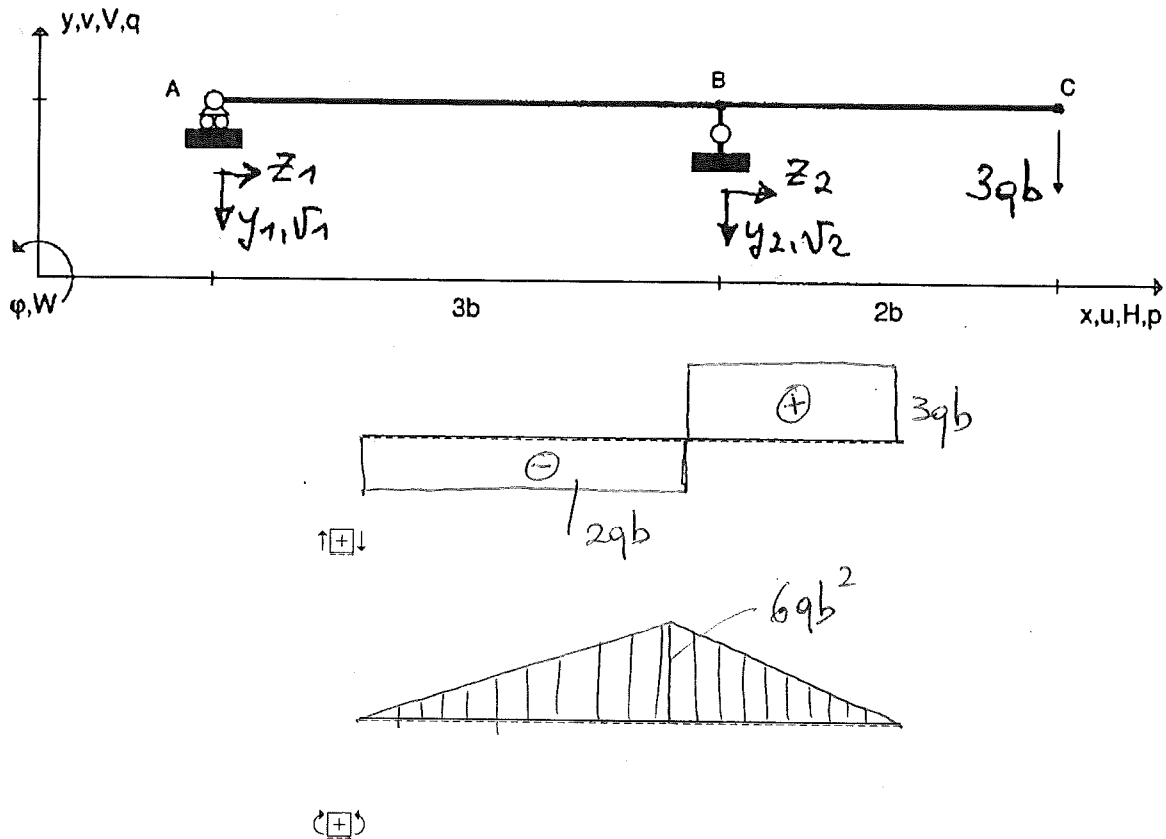
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto C, v_C ;
4. La rotazione del punto A, θ_A .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.06.18*001



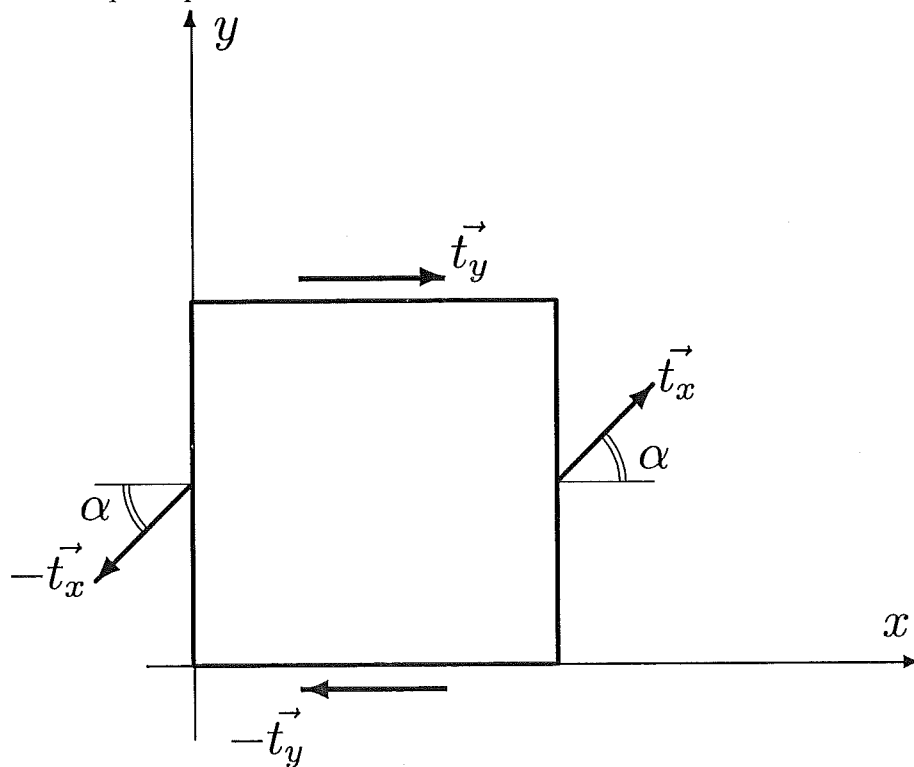
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= \dots -2qb \dots; H_B (\rightarrow) = \dots 0 \dots; V_B (\uparrow) = \dots 3qb \dots; \\
 N_{AB} &= \dots 0 \dots; T_{AB} = \dots -2qb \dots; M_{AB} = \dots -2qbz_1 \dots; \\
 N_{BC} &= \dots 0 \dots; T_{BC} = \dots 3qb \dots; M_{BC} = \dots -6qb^2 + 3qbz_2 \dots; \\
 \text{c.c in A} &= \dots v_1(z_1=0) = 0 \dots; \text{c.c in B} = \dots \begin{cases} v_1(z_1=3b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0) \end{cases} \dots; \\
 \text{c.c in C} &= \dots // \dots; \\
 v_1(z_1) &= \dots -\frac{3qb^3z_1}{6EI} + \frac{qbz_1^3}{3EI} \dots; v_1'(z_1) = \dots -\frac{3qb^3}{2EI} + \frac{qbz_1^2}{EI} \dots; \\
 v_2(z_2) &= \dots \frac{6qb^3z_2}{6EI} + \frac{3qb^2z_2^2}{2EI} - \frac{1qbz_2^3}{2EI} \dots; v_2'(z_2) = \dots \frac{6qb^3}{EI} + \frac{6qb^2z_2}{EI} - \frac{3qbz_2^2}{EI} \dots; \\
 v_C &= \dots +\frac{20qb^4}{EI} (\downarrow) \dots; \theta_A = \dots -\frac{3qb^3}{EI} (\nwarrow) \dots;
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 60^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 1/2$; $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 70\sqrt{3}$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{max} .

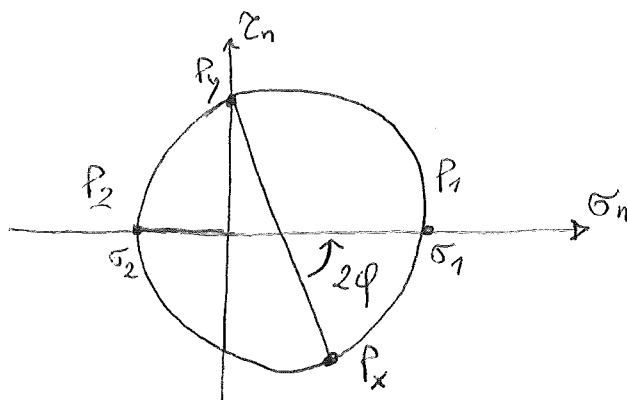
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = \dots 60.6218 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = \dots 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \dots 105.0000 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = \dots 139.5984 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = \dots -78.9766 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{max} = \dots 109.2875 \dots \text{ (MPa)};$$

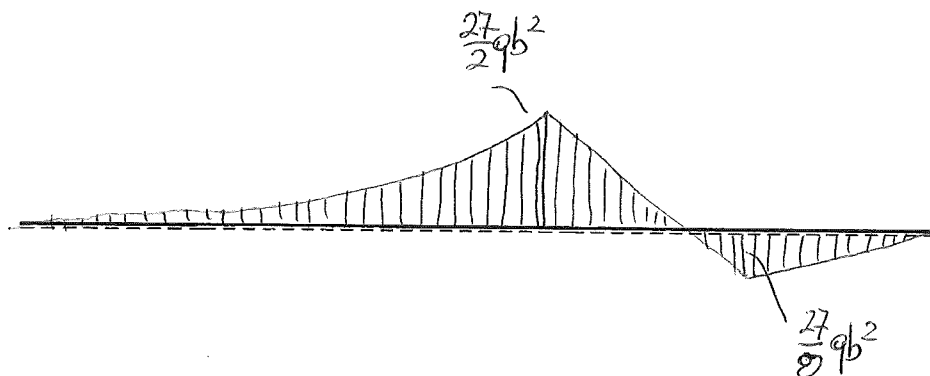
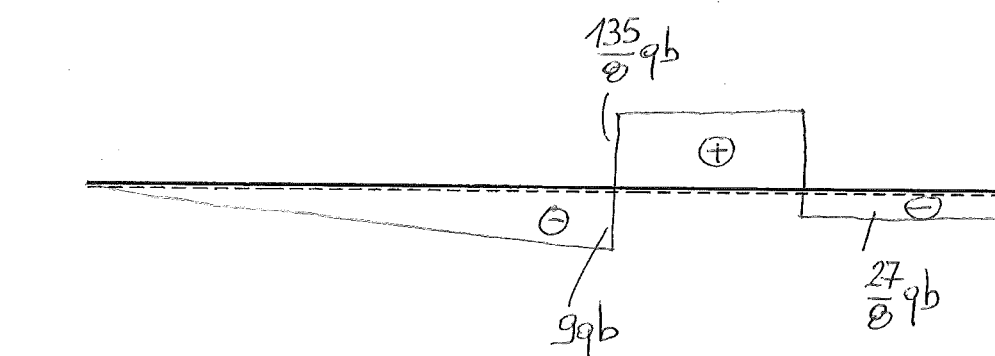
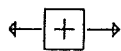
cerchio di Mohr:



$$P_x = (60.6218, -105.0000)$$

$$P_y = (0.0000, +105.0000)$$

$$\varphi = \dots 36.9489 \dots (^\circ);$$



$$\begin{aligned}
 H_B (\Rightarrow) &= \dots 4qb \dots; V_B (\uparrow) = \dots \frac{207}{8}qb \dots; V_C (\uparrow) = \dots \frac{81}{4}qb \dots; V_D (\uparrow) = \dots \frac{27}{8}qb \dots; M_C (\curvearrowright) = \dots \pm \frac{27}{8}qb^2 \dots \\
 N_{AB} &= \dots 0 \dots; T_{AB} = \dots -3qx_1 \dots; M_{AB} = \dots -\frac{3}{2}qx_1^2 \dots; \\
 N_{CB} &= \dots -4qb \dots; T_{CB} = \dots \frac{135}{8}qb \dots; M_{CB} = \dots \int \frac{27}{8}qb^2 - \frac{135}{8}qb x_2 \dots \\
 N_{DC} &= \dots -4qb \dots; T_{DC} = \dots -\frac{27}{8}qb \dots; M_{DC} = \dots \frac{27}{8}qb x_3 \dots; \\
 v_A &= \dots -\frac{675}{48} \frac{qb^4}{EI} (\downarrow) \dots
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.06.2018

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

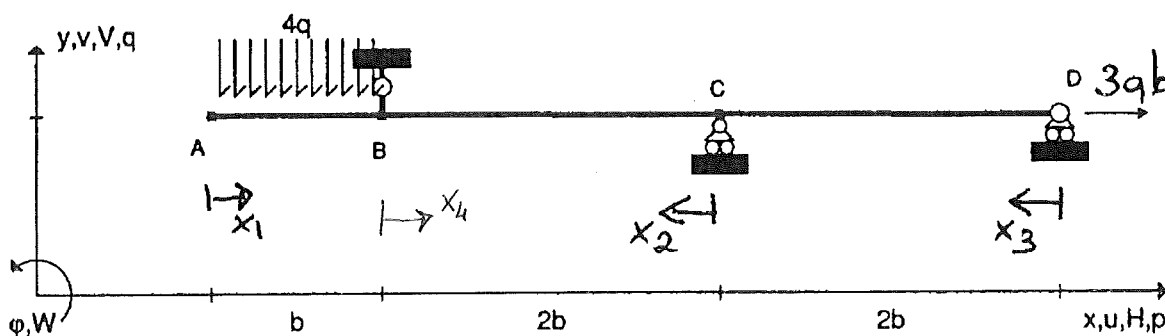
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.06.18*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

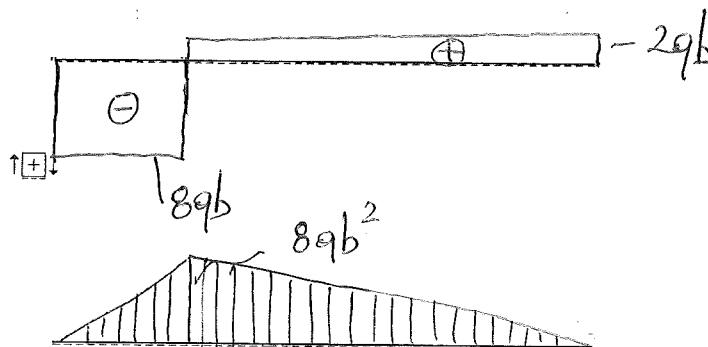
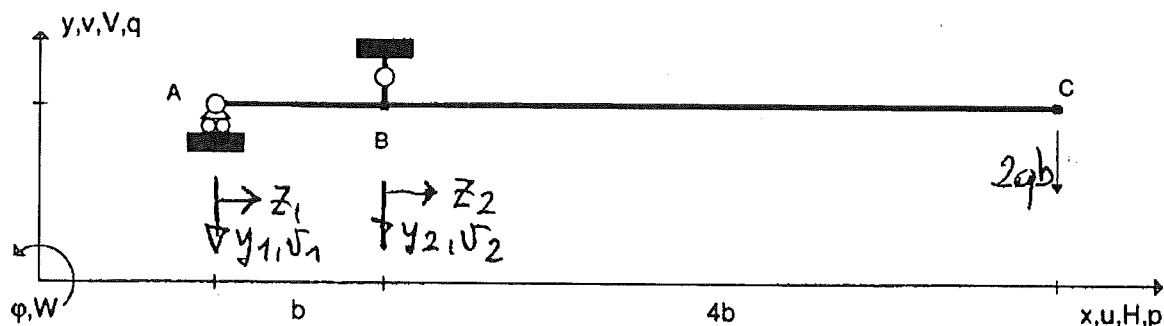
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto C, v_C ;
4. La rotazione del punto A, θ_A .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.06.18*002



(+)

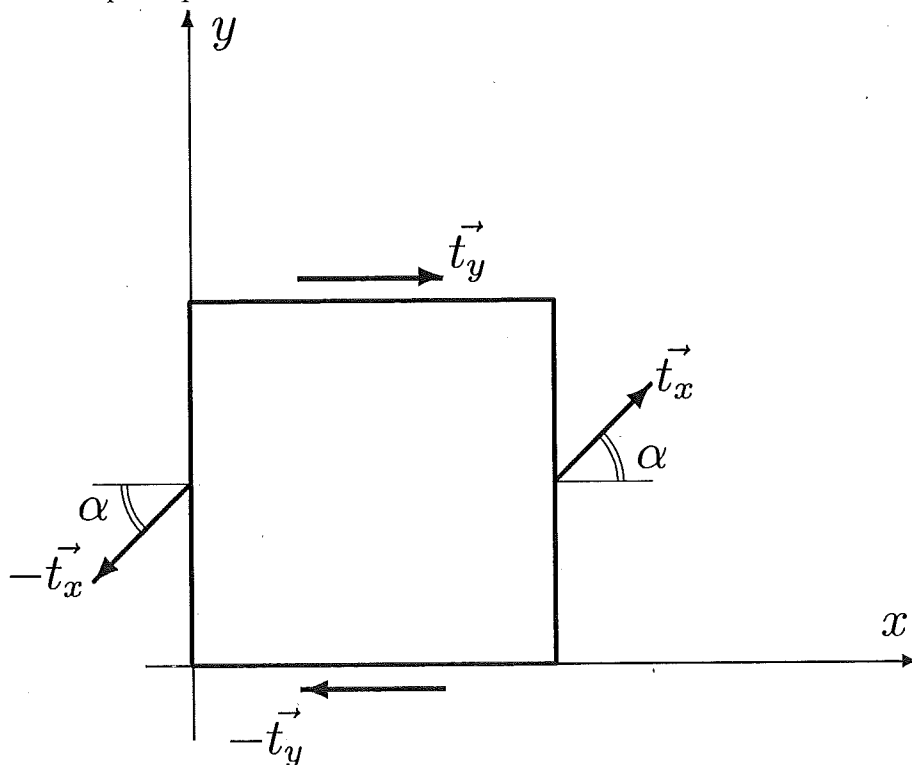
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= -8qb; & H_B (\Rightarrow) &= 0; & V_B (\uparrow) &= 8qb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= -8qb; & M_{AB} &= -8qb^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 2qb; & M_{BC} &= -8qb^2 + 2qbz_2; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0) = 0; & \text{c.c in B} &= \begin{cases} v_1(z_1=b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in C} &= \text{---}; \\
 v_1(z_1) &= -\frac{4qb^3z_1}{3EI} + \frac{4qbz_1^3}{3EI}; & v_1'(z_1) &= -\frac{4qb^3}{3EI} + \frac{4qbz_1^2}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{qb^3z_2}{3EI} + \frac{4qb^2z_2^2}{EI} - \frac{1qbz_2^3}{3EI}; & v_2'(z_2) &= \frac{qb^3}{3EI} + \frac{8qb^2z_2}{EI} - \frac{qbz_2^2}{EI}; \\
 v_C &= +\frac{160qb^4}{3EI} (\downarrow); & \theta_A &= -\frac{4qb^3}{3EI} (\angle).
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = 1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 70\sqrt{3}$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{max} .

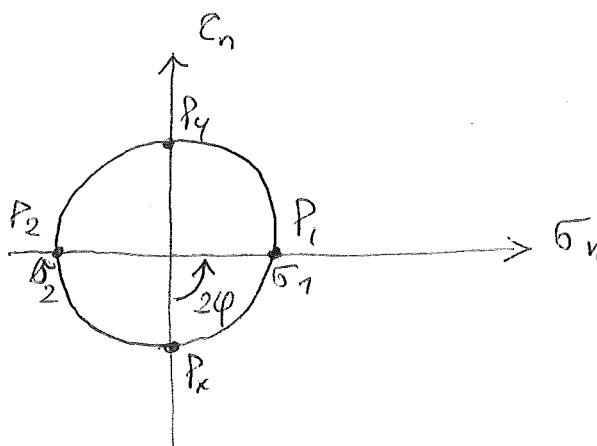
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 0.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 121.2436 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 121.2436 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -121.2436 \text{ (MPa)}; \tau_{max} = 121.2436 \text{ (MPa)};$$

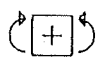
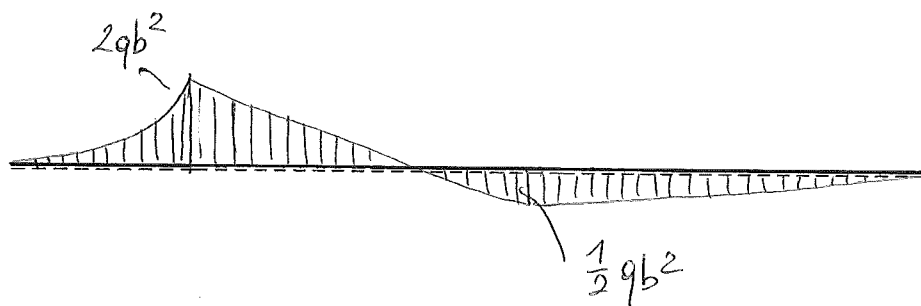
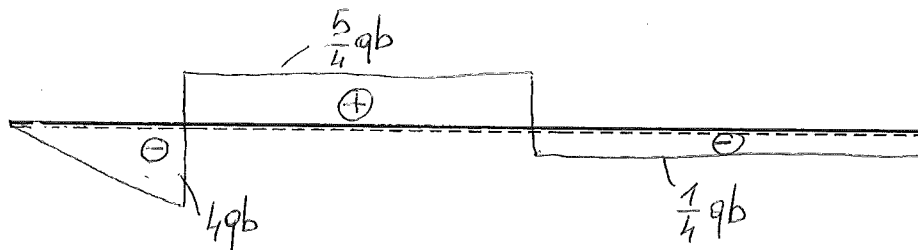
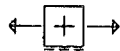
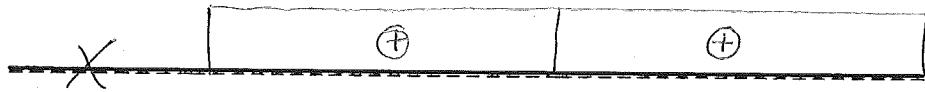
cerchio di Mohr:



$$P_x \equiv (0.0000, -121.2436)$$

$$P_y \equiv (0.0000, +121.2436)$$

$$\varphi = 45.0000 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$$\begin{aligned}
 H_B (\Rightarrow) &= -3qb; V_B (\uparrow) = \frac{21}{4}qb; V_C (\uparrow) = -\frac{3}{2}qb; V_D (\uparrow) = \frac{1}{4}qb; M_C (\curvearrowright) = \frac{1}{2}qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; T_{AB} = -4qx_1; M_{AB} = -2qx_1^2; \\
 N_{CB} &= 3qb; T_{CB} = \frac{5}{4}qb; M_{CB} = \left\{ \frac{1}{2}qb^2 - \frac{5}{4}qbx_2 \right\}; \\
 N_{DC} &= 3qb; T_{DC} = -\frac{1}{4}qb; M_{DC} = \frac{1}{4}qbx_3; \\
 v_A &= -\frac{5}{3} \frac{qb^4}{EI} (\downarrow)
 \end{aligned}$$